

# Kõrgus, mediaan ja nurgapoolitaja võrdhaarses kolmnurgas

Jan Willemson

<https://varamu.eu>

# Võrdhaarse kolmnurga teoreem

## Teoreem

Võrdhaarses kolmnurgas langevad tipunurgast tõmmatud kõrgus, mediaan ja nurgapoolitaja kokku.

# Võrdhaarse kolmnurga teoreem

## Teoreem

Võrdhaarses kolmnurgas langevad tipunurgast tõmmatud kõrgus, mediaan ja nurgapoolitaja kokku.

## Järeldus

Võrdhaarse kolmnurga tipunurgast tõmmatud nurgapoolitaja on vastaskülje keskristsirge.

## Piirkonnavor 2019, 9. klass

Rööpküliku  $ABCD$  tipu  $A$  juures oleva nurga poolitaja läbib külje  $BC$  keskpunkti  $M$ . Tõesta, et  $AMD$  on täisnurk.

# Ülesandeid

## Piirkonnavoor 2019, 9. klass

Rööpküliku  $ABCD$  tipu  $A$  juures oleva nurga poolitaja läbib külje  $BC$  keskpunkti  $M$ . Tõesta, et  $AMD$  on täisnurk.

## Piirkonnavoor 2001, 11. klass

Olgu  $D$  kolmnurga  $ABC$  külje  $AB$  keskpunkt ja  $E$  selline punkt küljel  $BC$ , et  $|BE| = 2 \cdot |EC|$ , kusjuures  $\angle ADC = \angle BAE$ . Tõesta, et kolmnurk  $ABC$  on täisnurkne.

# Ülesanded

## Piirkonnavoor 2019, 9. klass

Rööpküliku  $ABCD$  tipu  $A$  juures oleva nurga poolitaja läbib külje  $BC$  keskpunkti  $M$ . Tõesta, et  $AMD$  on täisnurk.

## Piirkonnavoor 2001, 11. klass

Olgu  $D$  kolmnurga  $ABC$  külje  $AB$  keskpunkt ja  $E$  selline punkt küljel  $BC$ , et  $|BE| = 2 \cdot |EC|$ , kusjuures  $\angle ADC = \angle BAE$ . Tõesta, et kolmnurk  $ABC$  on täisnurkne.

## Piirkonnavoor 2020, 11. klass

Ringjoonele  $\omega$  punktides  $A$  ja  $B$  tõmmatud puutujad lõikuvad punktis  $P$ . Kolmnurga  $ABP$  ümberringjoonel võetakse mingi punkt  $X$  nii, et kiir  $PX$  lõikab ringjoont  $\omega$  kahes punktis  $C$  ja  $D$ . Tõesta, et punkt  $X$  poolitab lõigu  $CD$ .

# Võrdhaarse kolmnurga teoreemi pöördteoreem

## Teoreem

Kui kolmnurga ühest tipust tõmmatud kõrgusest, nurgapoolitajast ja mediaanist kaks langevad kokku, on kolmnurk võrdhaarne tipunurgaga selles tipus.

# Ülesandeid

## Piirkonnavoor 2021, 10. klass

Olgu  $E$  ja  $F$  vastavalt kolmnurga  $ABC$  külgede  $AC$  ja  $AB$  keskpunktid. Lõikude  $BE$  ja  $CF$  pikkused on võrdsed. Kas võib kindlalt väita, et kolmnurk  $ABC$  on võrdhaarne?



# Ülesanded

## Piirkonnavoor 2021, 10. klass

Olgu  $E$  ja  $F$  vastavalt kolmnurga  $ABC$  külgede  $AC$  ja  $AB$  keskpunktid. Lõikude  $BE$  ja  $CF$  pikkused on võrdsed. Kas võib kindlalt väita, et kolmnurk  $ABC$  on võrdhaarne?

## Piirkonnavoor 2013, 11. klass

Tasandil on antud kolmnurk  $ABC$ . Punktid  $B_1, B_2, C_1, C_2$  valitakse nii, et  $\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{B_1B_2} = \overrightarrow{B_2B}$  ning  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{C_1C_2} = \overrightarrow{C_2C}$ . Olgu  $D$  lõikude  $B_1C_2$  ja  $B_2C_1$  lõikepunkt. On teada, et sirged  $AD$  ja  $BC$  on risti. Tõesta, et kolmnurk  $ABC$  on võrdhaarne.

# Ülesandeid

## Piirkonnavoor 2021, 10. klass

Olgu  $E$  ja  $F$  vastavalt kolmnurga  $ABC$  külgede  $AC$  ja  $AB$  keskpunktid. Lõikude  $BE$  ja  $CF$  pikkused on võrdsed. Kas võib kindlalt väita, et kolmnurk  $ABC$  on võrdhaarne?

## Piirkonnavoor 2013, 11. klass

Tasandil on antud kolmnurk  $ABC$ . Punktid  $B_1, B_2, C_1, C_2$  valitakse nii, et  $\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{B_1B_2} = \overrightarrow{B_2B}$  ning  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{C_1C_2} = \overrightarrow{C_2C}$ . Olgu  $D$  lõikude  $B_1C_2$  ja  $B_2C_1$  lõikepunkt. On teada, et sirged  $AD$  ja  $BC$  on risti. Tõesta, et kolmnurk  $ABC$  on võrdhaarne.

## Piirkonnavoor 2017, 12. klass

Kolmnurga  $ABC$  siseringjoon puutub külgi  $BC$  ja  $AC$  vastavalt punktides  $A'$  ja  $B'$ . Punktist  $A'$  küljele  $AC$  tõmmatud ristlõigu ja kolmnurga  $ABC$  siseringjoone lõikepunkt on  $P$ . Tõesta, et punkt  $P$  poolitab kolmnurga  $ABC$  siseringjoone kaare  $A'B'$  parajasti siis, kui  $\angle ACB = 60^\circ$ .