Mängud

Jan Willemson

https://varamu.eu

Mängud

Definitsioon

Kombinatoorse mängu määravad ära järgmised komponendid.

- On antud mingi hulk *mängijaid* (matemaatikavõistluste ülesannetes enamasti kaks, aga vahel ka üks või rohkem kui kaks).
- On antud mingi (enamasti lõplik) hulk *seise*.
- On kirjeldatud *käigud*, mis viivad mängu ühest seisust teise, esimese käigu tegija ja järjekord, milles mängijad edaspidi käike teevad.
- Seisude hulgast on eraldatud üks *algseis* ja mingi hulk *lõppseise*.
- Iga lõppseisu jaoks on määratud, milline on selle lõppseisu jaoks mängu *tulemus* (näiteks viik või kellegi võit).

Mängud

Definitsioon

Kombinatoorse mängu määravad ära järgmised komponendid.

- On antud mingi hulk *mängijaid* (matemaatikavõistluste ülesannetes enamasti kaks, aga vahel ka üks või rohkem kui kaks).
- On antud mingi (enamasti lõplik) hulk *seise*.
- On kirjeldatud *käigud*, mis viivad mängu ühest seisust teise, esimese käigu tegija ja järjekord, milles mängijad edaspidi käike teevad.
- Seisude hulgast on eraldatud üks *algseis* ja mingi hulk *lõppseise*.
- Iga lõppseisu jaoks on määratud, milline on selle lõppseisu jaoks mängu *tulemus* (näiteks viik või kellegi võit).

Definitsioon

Mängija *strateegiaks* nimetame eeskirja, mis määrab iga seisu jaoks, kus mängija käigule võib jõuda, ühe käigu, mille ta selles seisus tegema peab.

Ülesandeid

Piirkonnavoor 1996, 11. klass

Tünnis on 1996 õuna. Mari ja Jüri võtavad vaheldumisi tünnist õunu, kusjuures korraga võib võtta ühe kuni kolm õuna ning esimesena võtab õunu Mari. Tõesta, et Jüri saab alati tagada endale võimaluse võtta tünnist viimane õun.

Ülesandeid

Piirkonnavoor 1996, 11. klass

Tünnis on 1996 õuna. Mari ja Jüri võtavad vaheldumisi tünnist õunu, kusjuures korraga võib võtta ühe kuni kolm õuna ning esimesena võtab õunu Mari. Tõesta, et Jüri saab alati tagada endale võimaluse võtta tünnist viimane õun.

Piirkonnavoor 2013, 12. klass

On antud ruudustik positiivsete täisarvuliste mõõtmetega $m \times n$. Kaks mängijat värvivad kordamööda ruute. Ühel käigul tohib värvida ühe värvimata ruudu või kaks ühise küljega värvimata ruutu. Võidab mängija, kelle käiguga saab ruudustik üleni värvitud. Kummal mängijal on võitev strateegia?

Ülesandeid

Piirkonnavoor 1996, 11. klass

Tünnis on 1996 õuna. Mari ja Jüri võtavad vaheldumisi tünnist õunu, kusjuures korraga võib võtta ühe kuni kolm õuna ning esimesena võtab õunu Mari. Tõesta, et Jüri saab alati tagada endale võimaluse võtta tünnist viimane õun.

Piirkonnavoor 2013, 12. klass

On antud ruudustik positiivsete täisarvuliste mõõtmetega $m \times n$. Kaks mängijat värvivad kordamööda ruute. Ühel käigul tohib värvida ühe värvimata ruudu või kaks ühise küljega värvimata ruutu. Võidab mängija, kelle käiguga saab ruudustik üleni värvitud. Kummal mängijal on võitev strateegia?

- Sümmeetriline strateegia on tihti kasulik.

Miks keegi üldse võidab?

- Vaatleme kahe mängija mängu võimalike tulemuste hulgaga $T = \{t_1, t_2, t_3, \ldots, t_{k-1}, t_k\}$, kus esimene mängija eelistab tulemust t_1 tulemusele t_2, tulemust t_2 tulemusele t_3 jne; teine mängija aga eelistab tulemust t_k tulemusele t_{k-1} jne. Tüüpilised tulemuste hulgad on näiteks

$$T = \{\text{esimese mängija võit}, \text{teise mängija võit}\}$$

ja

$$T = \{\text{esimese mängija võit}, \text{viik}, \text{teise mängija võit}\} .$$

Teoreem

Lõpliku kahe mängija mängu korral leidub selline tulemus $t_i \in T$, mille jaoks kumbki mängija suudab sobiva strateegia valikuga garanteerida, et mäng lõppeb tulemusega t_i või (tema jaoks) paremini.

Ülesandeid

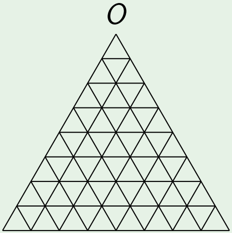
Piirkonnavoor 2004, 9. klass

Mari ja Jüri mängivad n kõrvutiasetsevast ruudust ($n \geqslant 2$) koosneval mängulaual järgmist mängu. Kummalgi mängijal on üks nupp, mängu algul seisavad need mängulaua äärmistel ruutudel ning igal käigul liigutab mängija oma nuppu ühe või kahe ruudu võrra ükskõik kummas suunas. Käike tehakse vaheldumisi ning alustab Mari. Mängija, kes asetab oma nupu vastase nupuga samale ruudule, on võitnud. Milliste n väärtuste korral leidub võitev strateegia Maril ja milliste n väärtuste korral Jüril?

Ülesandeid

Piirkonnavoor 2020, 10. klass

Võrdkülgne kolmnurk küljepikkusega 8 (edaspidi *suur kolmnurk*) jaotatakse võrdkülgseteks kolmnurkadeks küljepikkusega 1 (edaspidi *väiksed kolmnurgad*). Triin ja Otto mängivad järgmist ühe nupu mängu. Mängu algul paikneb nupp suure kolmnurga ühes tipus O. Ühel käigul tohib liigutada nupu 1 ühiku võrra mööda mingit väikse kolmnurga külge, mida mööda pole nuppu mängu jooksul veel liigutatud. Käiakse kordamööda, alustab Triin. Võidab mängija, kes käib nupu tagasi tippu O. Kas kummalgi mängijaist on võimalik võita vastase mistahes vastumängu korral ja kui jah, siis kummal?



Ülesandeid

Lõppvoor 2018, 9. klass

Olgu n ja m positiivsed täisarvud, $n \geqslant m$. On antud n ühikruudust koosnev mängulaud mõõtmetega $1 \times n$ ning piiramatus koguses kleepribasid mõõtmetega $1 \times m$. Ühel käigul katab mängija kleepribaga mängulaua m kõrvutiasuvat ruutu, millest vähemalt üht veel ükski kleepriba ei kata. Kaks mängijat teevad käike kordamööda ja see, kes ei saa enam käiku teha, on kaotanud.

a) Tõesta, et kui n ja m on ühe ja sama paarsusega, siis alustaja saab võita vastase mistahes vastumängu korral.

b) Kas vastab tõele, et alati, kui n ja m on erineva paarsusega, saab alustaja vastane võita alustaja mistahes vastumängu korral?

Ülesandeid

Piirkonnavoor 2010, 10. klass

Juku ja Miku mängivad $n \times n$ ruudust koosneval mängulaual järgmiste reeglitega mängu. Algul on mängulaua kõik ruudud tühjad. Käigulolev mängija lisab mängulauale 1, 2 või 4 nuppu, kusjuures igal ruudul saab olla vaid üks nupp. Käike tehakse kordamööda, alustab Juku. Võidab mängija, kes asetab nupu mänguvälja viimasele tühjale ruudule. Kumb mängija saab võita vastase suvalise vastumängu korral, kui

a) $n = 6$;

b) $n = 8$?