

# Kesk- ja piirdenurk. Thalese teoreem

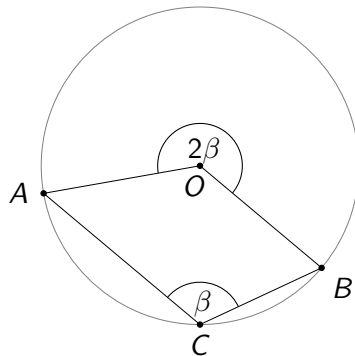
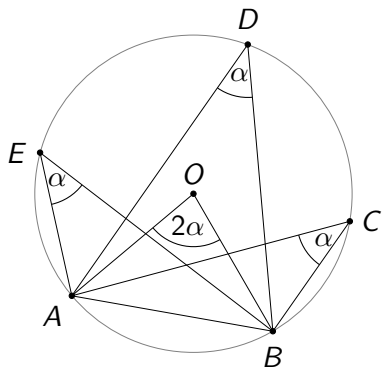
Jan Willemson

<https://varamu.eu>

# Kesk- ja piirdenurk

## Teoreem

Kesknurk on kaks korda suurem kui samale kaarele toetuv piirdenurk.



# Kesk- ja piirdenurga teoreemi rakendused

## Järeldus 1

Samale kõõlule (või kaarele) samalt poolt toetuvad piirdenurgad on võrdsed.

## Järeldus 2

Kõik sirge  $AB$  suhtes samal pooltasandil asuvad punktid, millest lõik  $AB$  paistab sama nurga all, asuvad ühel ringjoone kaarel.

# Thalese teoreem ja pöördteoreem

## Thalese teoreem

Ringjoone diameetrile toetuv piirdenurk on täisnurk.

## Thalese teoreemi pöördteoreem

Ringjoones täisnurkse piirdenurga poolt piiratud kõõl on selle ringjoone diameetriks.

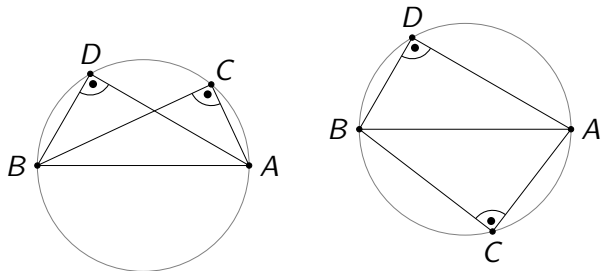
# Thalese teoreemi järeldused

## Järeldus 3

Täisnurkse kolmnurga ümberringjoone keskpunkt asub tema hüpotenuusi keskpunktis.

## Järeldus 4

Olgu tasandil antud lõik  $AB$  ning punktid  $C$  ja  $D$  nii, et  $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ . Siis asuvad punktid  $A, B, C$  ja  $D$  ühel ringjoonel diameetriga  $AB$ .



## Piirkonnavoor 2022, 12. klass, a)-osa

Kaks ringjoont puutuvad teineteist välimiselt punktis  $C$  ning mingit üht ja sama sirget vastavalt punktides  $A$  ja  $B$ , kus  $A \neq B$ . Tõesta, et kolmnurk  $ABC$  on täisnurkne.

# Ülesandeid

## Piirkonnavoor 2022, 12. klass, a)-osa

Kaks ringjoont puutuvad teineteist välimiselt punktis  $C$  ning mingit üht ja sama sirget vastavalt punktides  $A$  ja  $B$ , kus  $A \neq B$ . Tõesta, et kolmnurk  $ABC$  on täisnurkne.

## Piirkonnavoor 2020, 9. klass

Olgu  $ABC$  teravnurkne kolmnurk. Olgu külje  $BC$  keskpunkt  $M$  ning tippudest  $B$  ja  $C$  tõmmatud kõrguste aluspunktid vastavalt  $E$  ja  $F$ . Tõesta, et  $\angle MEF = \angle MFE$ .

# Ülesanded

## Piirkonnavoor 2022, 12. klass, a)-osa

Kaks ringjoont puutuvad teineteist välimiselt punktis  $C$  ning mingit üht ja sama sirget vastavalt punktides  $A$  ja  $B$ , kus  $A \neq B$ . Tõesta, et kolmnurk  $ABC$  on täisnurkne.

## Piirkonnavoor 2020, 9. klass

Olgu  $ABC$  teravnurkne kolmnurk. Olgu külje  $BC$  keskpunkt  $M$  ning tippudest  $B$  ja  $C$  tõmmatud kõrguste aluspunktid vastavalt  $E$  ja  $F$ . Tõesta, et  $\angle MEF = \angle MFE$ .

## Piirkonnavoor 2019, 9. klass

Rööpküliku  $ABCD$  tipu  $A$  juures oleva nurga poolitaja läbib külje  $BC$  keskpunkti  $M$ . Tõesta, et  $AMD$  on täisnurk.



## Piirkonnavoor 1995, 9. klass

Teravnurkse kolmnurga  $ABC$  sisepiirkonnas võetakse punkt  $M$ . Olgu  $P$  ja  $Q$  vastavalt punkti  $M$  ristprojektsioonid kolmnurga külgedele  $AB$  ja  $AC$  ning  $K$  punkti  $A$  ristprojektsioon punktidega  $P, Q$  määratud sirgele. Tõesta, et nurgad  $\angle PAK$  ja  $\angle MAQ$  on võrdsed.

## Piirkonnavoor 1995, 9. klass

Teravnurkse kolmnurga  $ABC$  sisepiirkonnas võetakse punkt  $M$ . Olgu  $P$  ja  $Q$  vastavalt punkti  $M$  ristprojektsioonid kolmnurga külgedele  $AB$  ja  $AC$  ning  $K$  punkti  $A$  ristprojektsioon punktidega  $P, Q$  määratud sirgele. Tõesta, et nurgad  $\angle PAK$  ja  $\angle MAQ$  on võrdsed.

## Piirkonnavoor 2002, 10. klass

Teravnurkses kolmnurgas  $ABC$  ümberringjoone keskpunktiga  $O$  on  $\angle ACB = 60^\circ$ . Lõigaku sirge  $AO$  ümberringjoont teistkordselt punktis  $R$  ning olgu  $M$  ümberringjoone selle kaare  $AB$  keskpunkt, mis ei sisalda punkti  $C$ . Tõesta, et nelinurk  $ROMB$  on romb.

## Piirkonnavoor 2005, 10. klass

Ringjoonel keskpunktiga  $O$  võetakse punktid  $A$ ,  $B$  ja  $C$ . Olgu punktid  $D$ ,  $E$  ja  $F$  vastavalt lõikude  $OA$ ,  $OB$  ja  $OC$  keskpunktid ning  $G$  ja  $H$  vastavalt lõikude  $DE$  ja  $EF$  keskpunktid. Tõesta, et punktid  $O$ ,  $G$ ,  $E$  ja  $H$  asuvad ühel ringjoonel.

## Piirkonnavoor 2005, 10. klass

Ringjoonel keskpunktiga  $O$  võetakse punktid  $A$ ,  $B$  ja  $C$ . Olgu punktid  $D$ ,  $E$  ja  $F$  vastavalt lõikude  $OA$ ,  $OB$  ja  $OC$  keskpunktid ning  $G$  ja  $H$  vastavalt lõikude  $DE$  ja  $EF$  keskpunktid. Tõesta, et punktid  $O$ ,  $G$ ,  $E$  ja  $H$  asuvad ühel ringjoonel.

## Sügisene lahtine võistlus 2015, noorem rühm

Kolmnurga  $ABC$  tipu  $A$  juures on täisnurk. Ringjoon  $c$  läbib kolmnurga  $ABC$  tippe  $A$  ja  $B$  ning lõikab külgi  $AC$  ja  $BC$  veel vastavalt punktides  $D$  ja  $E$ . Lõik  $CD$  on pikkuselt võrdne ringjoone  $c$  diameetriga. Tõesta, et kolmnurk  $ABE$  on võrdhaarne.