

# Astmetsükliid

Jan Willemson

<https://varamu.eu>

# Astmetsükliid

## Ülesanne

Leia  $2^{2023} \bmod 30$ .

## Ülesanne

Leia  $2^{2023} \pmod{30}$ .

- Paneme tähele, et

$$2^0 = 1 \equiv 1 \pmod{30},$$

$$2^1 = 2 \equiv 2 \pmod{30},$$

$$2^2 = 4 \equiv 4 \pmod{30},$$

$$2^3 = 8 \equiv 8 \pmod{30},$$

$$2^4 = 16 \equiv 16 \pmod{30},$$

$$2^5 = 32 \equiv 2 \pmod{30},$$

$$2^6 = 64 \equiv 4 \pmod{30}.$$

- Tekib tsükkel 2, 4, 8, 16 pikkusega 4.
- $2023 \equiv 3 \pmod{4}$ . Järelikult  $2^{2023} \equiv 2^3 = 8 \pmod{30}$ .

# Ülesandeid

Lõppvoor 1993, 9. klass

Tõesta, et arv  $7^{1993} + 1993$  jagub arvuga 100.

# Ülesanded

## Lõppvoor 1993, 9. klass

Tõesta, et arv  $7^{1993} + 1993$  jagub arvuga 100.

## Lõppvoor 1998, 9. klass

Leia arvu  $11^{1998}$  kaks viimast numbrit.

# Ülesanded

## Lõppvoor 1993, 9. klass

Tõesta, et arv  $7^{1993} + 1993$  jagub arvuga 100.

## Lõppvoor 1998, 9. klass

Leia arvu  $11^{1998}$  kaks viimast numbrit.

## Piirkonnavoor 1994, 12. klass

Leia kõik naturaalarvud  $n$ , mille korral arv  $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$  jagub arvuga 5.

# Ülesanded

## Lõppvoor 1993, 9. klass

Tõesta, et arv  $7^{1993} + 1993$  jagub arvuga 100.

## Lõppvoor 1998, 9. klass

Leia arvu  $11^{1998}$  kaks viimast numbrit.

## Piirkonnavoor 1994, 12. klass

Leia kõik naturaalarvud  $n$ , mille korral arv  $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$  jagub arvuga 5.

## Lõppvoor 1996, 12. klass

Tõesta, et mistahes algarvu  $p > 5$  korral leidub selline positiivne täisarv  $n$ , et arvu  $p^n$  kümnendesituse kolm viimast numbrit on 001.

# Ülesandeid

## Lõppvoor 1998, 10. klass

Tõesta, et kui positiivse täisarvu  $n$  korral on  $5^n + 3^n + 1$  algarv, siis  $n$  jagub arvuga 12.



# Ülesandeid

## Lõppvoor 1998, 10. klass

Tõesta, et kui positiivse täisarvu  $n$  korral on  $5^n + 3^n + 1$  algarv, siis  $n$  jagub arvuga 12.

## Lõppvoor 1999, 12. klass

Olgu  $a, b, c$  ja  $d$  mittenegatiivsed täisarvud. Tõesta, et arvud  $2^a 7^b$  ja  $2^c 7^d$  annavad 15-ga jagamisel sama jäägi siis ja ainult siis, kui arvud  $3^a 5^b$  ja  $3^c 5^d$  annavad 16-ga jagamisel sama jäägi.

# Ülesandeid

## Lõppvoor 1998, 10. klass

Tõesta, et kui positiivse täisarvu  $n$  korral on  $5^n + 3^n + 1$  algarv, siis  $n$  jagub arvuga 12.

## Lõppvoor 1999, 12. klass

Olgu  $a, b, c$  ja  $d$  mittenegatiivsed täisarvud. Tõesta, et arvud  $2^{a7^b}$  ja  $2^{c7^d}$  annavad 15-ga jagamisel sama jäägi siis ja ainult siis, kui arvud  $3^{a5^b}$  ja  $3^{c5^d}$  annavad 16-ga jagamisel sama jäägi.

## Lõppvoor 2001, 12. klass

Tõesta, et iga täisarvu  $a > 1$  jaoks leidub niisugune algarv  $p$ , et

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{p-1}$$

on kordarv.